



MATEMATYKA INNEGO WYMIARU



**Zbiór zadań z matematyki
dla klasy 1, 2 i 3
gimnazjum**

Dariusz Kulma

III ETAP EDUKACYJNY

**ZADANIA DLA KLAS
I, II, III GIMNAZJUM**

ELITMAT 2012

III ETAP EDUKACYJNY
ZADANIA DLA KLAS I, II, III GIMNAZJUM

Autor:
Dariusz Kulma

© ELITMAT, 2012

Wydanie 1

Wydawca:
Firma Edukacyjno-Wydawnicza ELITMAT
ul. Plac Kilińskiego 7/4
05-300 Mińsk Mazowiecki
www.elitmat.pl



Druk i oprawa:
Drukarnia Beltrani
ul. Śliwkowa 1, 31-982 Kraków

ISBN 978-83-934311-6-8

Spis treści

WSTĘP	5
DZIAŁ I LICZBY WYMIERNE.....	7
DZIAŁ II PROCENTY	15
DZIAŁ III POTĘGI I PIERWIASTKI	17
DZIAŁ IV WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE.....	19
DZIAŁ V RÓWNANIA, NIERÓWNOŚCI I UKŁADY RÓWNAŃ	23
DZIAŁ VI FUNKCJE.....	29
DZIAŁ VII STATYSTYKA OPISOWA I WPROWADZENIE DO RACHUNKU PRAWDOPODOBIENSTWA	33
DZIAŁ VIII FIGURY PŁASKIE	35
DZIAŁ IX BRYŁY	43
DZIAŁ X ŁAMIGŁÓWKI LOGICZNE	47

WSTĘP

Drogie Uczennice i Uczniowie

Z przyjemnością przekazujemy Wam zbiór z zadaniami matematycznymi podzielonymi wg różnych zagadnień. Na pewno będziecie korzystać z niego wspólnie ze swoimi nauczycielami na lekcjach, ale dodatkowo zachęcamy Was także do samodzielnej pracy w domu. Jak zapewne zauważycie akcja wszystkich zadań toczy się w niesamowitej magicznej krainie Kwadratolandii. Zapraszamy więc do poznawania kolejnych jej bohaterów przeżywających każdego dnia nowe matematyczne przygody.

Chcielibyśmy zwrócić Waszą uwagę na fakt, że zbiór zawiera zadania zamknięte wielokrotnego wyboru, co oznacza, że należy zastanowić się nad każdą z proponowanych w zadaniu odpowiedzi i określić czy jest ona poprawna czy nie. Dzięki takiej formie zadań bardzo dobrze przygotujecie się do udziału w „Matematycznych Mistrzostwach Polski Dzieci i Młodzieży”, co mamy nadzieję zaowocuje zdobyciem najlepszych wyników wśród uczniów z całej Polski.

Życzymy powodzenia!

DZIAŁ I
LICZBY WYMIERNE



MATCYFRZAK

1. Matcyfrzak i Wymierniak wymyślali różne liczby, które przy dzieleniu dają resztę, a następnie sumowali te liczby. Liczba Matcyfrzaka przy dzieleniu przez 7 dawała resztę 6, a liczba Wymierniaka przy dzieleniu przez 7 dawała resztę 3. Wynika z tego, że suma tych liczb podzielona przez 7:

- A. daje resztę 9 B. daje resztę 2
 C. jest liczbą wymierną D. jest liczbą całkowitą

2. Najbardziej szczęśliwa liczba w Kwadratolandii to oczywiście 7. Jeśli litery oznaczają kolejne cyfry w liczbach, to przez 7 będą zawsze podzielne liczby:

- A. $AAA + A$ B. $ABA - BAB$
 C. $AA + BB$ D. $AB + BC + AC$



3. Dziuglak próbuje rozdzielić jak najmniejszą ilością linii prostych liczby pierwsze od pozostałych.

Żeby tak zrobić, musi narysować:

- | | | | | |
|---------------------------------|----|----|----|----|
| A. co najmniej 6 linii prostych | 13 | 11 | 51 | 22 |
| B. co najwyżej 5 linii prostych | 91 | 17 | 23 | 37 |
| C. dokładnie 3 linie proste | 12 | 57 | 99 | 39 |
| D. dokładnie 6 linii prostych | 25 | 19 | 29 | 44 |

4. Dane jest wyrażenie $4n+1$, gdzie $n \in \mathbb{N}_+$. Liczbę taką można zawsze przedstawić jako:

- A. sumę dwóch liczb całkowitych
 B. sumę kwadratów dwóch liczb całkowitych
 C. sumę sześciątów dwóch liczb całkowitych
 D. sumę kwadratów dwóch liczb niewymiernych

5. Jeżeli samogłoski oznaczają cyfry nieparzyste, a spółgłoski cyfry parzyste, to liczba $CADDACBB$ będzie podzielna przez:

- A. 11 B. 44 C. 22 D. 3

6. Matcyfrzak ułożył równanie $AB + BA = CAC$, które dał do rozwiązania Wymierniakowi, gdzie liczby AB , BA i CAC to liczby o cyfrach A , B , C . Zadaniem Wymierniaka było odgadnięcie, jakie cyfry kryją się pod literami. Wymierniak może stwierdzić, że:

- A. liczba CAC jest kwadratem liczby pierwszej
 B. liczba BA jest ponad 3 razy większa od liczby AB
 C. cyfra A jest parzysta
 D. liczba CAC jest podzielna przez 11

7. Matcyfrzak razem z Wymiernikiem zastanawiają się nad tym, dla jakich liczb a i p wyrażenie $a^p - a$ jest podzielne przez p . Wskaż równocześnie poprawne propozycje obu chłopców.

A. $M: \begin{cases} a = 2 \\ p = 5 \end{cases}$ $W: \begin{cases} a = 5 \\ p = 2 \end{cases}$

B. $M: \begin{cases} a = 3 \\ p = 7 \end{cases}$ $W: \begin{cases} a = 7 \\ p = 3 \end{cases}$

C. $M: \begin{cases} a = 2 \\ p = 6 \end{cases}$ $W: \begin{cases} a = 3 \\ p = 2 \end{cases}$

D. $M: \begin{cases} a = 11 \\ p = 11 \end{cases}$ $W: \begin{cases} a = 7 \\ p = 7 \end{cases}$

M - Matcyfrzak, W - Wymierniak

8. Wielki grecki matematyk Diofantos, żyjący w III wieku w Aleksandrii, podał następujące zadanie: „Należy znaleźć trzy liczby, których suma, a także suma każdej pary tych liczb jest kwadratem”. Przykłady takich liczb to:

A. 23, 81, 40

B. 41, 80, 320

C. 12, 15, 18

D. 97, 192, 2112



9. Liczba oznaczająca rok 2012 dla Kwadratolandii jest szczególna. Suma cyfr tej liczby jest o 5 większa od wyniku mnożenia wszystkich cyfr. Który rok będzie miał również taką własność?

A. 2013

B. 2102

C. 2201

D. 2111

10. Dziuglak był na wielu harcerskich wyprawach. Kiedy Wymierniak dopytywał się o liczbę wypraw, Dziuglak mu odparł, że liczba ta dzieli się przez 2 i przez 4 i przez 7. Wymierniak stwierdził, że to mało informacji. Dziuglak oświadczył, że doda, iż liczba wypraw jest liczbą dwucyfrową i doskonałą. Wynika z tego, że liczba wypraw harcerskich Dziuglaka :



- A. to 28
B. to 14
C. jest wielokrotnością 14
D. jest niewiadomą, ponieważ jest za mało danych i może być kilka możliwości
11. Liczby naturalne ustawiamy kolejno po sobie tworząc liczbę 1234567891011121314151617..... Na 2013 - tym miejscu będzie znajdowała się cyfra:
- A. 0 B. 7 C. 8 D. 9
12. Różniczka najbardziej lubi bawić się liczbami trójkątnymi. Powstają one z sum kolejnych dodatnich liczb naturalnych. Przykładowo trzecia liczba trójkątna wynosi 6, ponieważ trzy pierwsze dodatnie liczby naturalne dodane do siebie dają wartość 6. Prawdą jest, że:
- A. piąta liczba trójkątna wynosi 15
B. dziesiąta liczba trójkątna jest wielokrotnością liczby 11
C. suma siódmej i ósmej liczby trójkątnej jest podzielna przez 16
D. nie ma liczby trójkątnej 79
13. Liczba $3 * 57 *$ jest czterocyfrową liczbą, gdzie * oznacza taką samą cyfrę. Prawdziwe są stwierdzenia, że jeżeli:
- A. $*=9$ to liczba dzieli się przez 3

- A. Kwadratolus Łodyga dosadził więcej nowych kwiatów niż wyciął uschniętych
- B. początkowa ilość kwiatów w ogrodzie to $\frac{10}{11}$ końcowej ilości
- C. drugiego dnia Kwadratolus Łodyga dosadził mniej kwiatów niż trzeciego
- D. ilość wszystkich dosadzonych kwiatów jest liczbą naturalną
23. Jeżeli $a = \frac{24}{77}$, $b = \frac{2424}{7777}$, $c = \frac{242424}{777777}$, to prawdziwe są wyrażenia:

A. $c > b$

B. $a < b < c$

C. $a = b = c$

D. $a \geq b$

DZIAŁ II

PROCENTY



RÓŻNICZKA

24. Pani Zofia Słodyczalska zastanawia się jaką promocję wprowadzić na swoje towary, czy dwukrotną obniżkę po 15%, czy trzykrotną po 10%. Rodzaj obniżki:
- A. nie ma znaczenia, bo wartości po obniżkach będą takie same
 - B. dwukrotnej będzie korzystniejszy dla klienta
 - C. trzykrotnej będzie korzystniejszy dla klienta
 - D. dwukrotnej będzie korzystniejszy dla sprzedawczyni, gdyż sprzeda towar za wyższą cenę
25. Dziuglak wypił z pełnej szklanki 75% swojego ulubionego soku pomarańczowego i zostało w szklance 0,35l soku. Wynika z tego, że:
- A. pojemność szklanki to 1,4 l
 - B. Dziuglak wypił 1050 ml soku
 - C. gdyby Dziuglak wypił 60 % soku, to w szklance zostałyby 0,084 hl soku
 - D. Dziuglak wypił mniej soku niż pozostało w szklance
26. Pole kwadratu na pewno zwiększy się co najmniej dwukrotnie, jeżeli każdy bok zwiększymy o:
- A. 30%
 - B. 200%
 - C. 42%
 - D. 100%



DZIAŁ III
POTĘGI I PIERWIASTKI



WYMIERNIAK

27. Dziuglak obliczał sobie różne palindromiczne potęgi liczb czyli takie, w których liczba potęgowana, jak i wynik tej potęgi są palindromami.

np. $11^2=121$ $101^2=10201$ $1001^2=1002001$ $101^3=1030301$

Palindromiczne potęgi to na pewno:

- A. 1001^3 B. 22^2 C. 202^2 D. 11^4

28. Wymierniak oznaczył liczby \bar{a} , \bar{b} , \bar{c} jako ostatnie cyfry wyrażień $\bar{a}=2012^{2012}$, $\bar{b}=107^{108}$, $\bar{c}=7^{77}$. Wynika z tego, że:

- A. $\bar{a} > \bar{b}$ B. $\bar{a} \leq \bar{c}$
 C. $\bar{b} = \bar{c}$ D. $\bar{a} > \bar{b} > \bar{c}$



29. Matcyfrzak zapisał liczbę 2012^{2012} . Ostatnią cyfrą tej liczby jest:

- A. 0 B. 8 C. 4 D. 6

30. Jeśli wyrażeniem \bar{a} oznaczymy ostatnią cyfrę liczby 7^{77} , \bar{b} ostatnią cyfrę 8^{88} , a \bar{c} ostatnią cyfrę 9^{99} , to prawdziwe są zależności:

- A. $\bar{a} + 2 = \bar{c}$ B. $\bar{b}^{\bar{c}} > \bar{c}^{\bar{b}}$
 C. $\sqrt{\bar{c}} = 2 \cdot \bar{b}$ D. $\bar{a}^{\bar{b}} = \bar{b}^{\bar{c}}$

31. Liczba $3^n + 3^{n+1} + 3^{n+2} + 3^{n+3}$ jest dla każdego $n \in \mathbb{N}_+$ podzielna przez:

- A. 12 B. 120 C. 360 D. 6

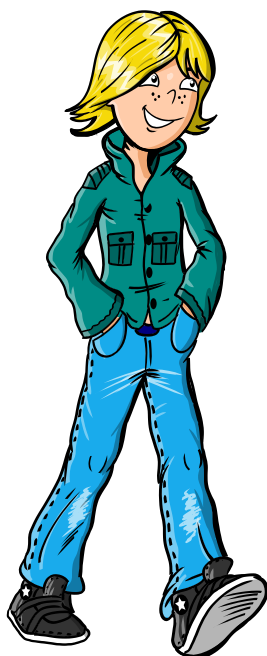
32. Liczba $3^1 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{50}$ jest podzielna przez:

- A. 3 B. 4 C. 6 D. 24

33. Liczba $101^8 + 3 \cdot 101^4 - 4$ jest podzielna przez:

- A. 1000 B. 100 C. 51 D. 102000

DZIAŁ IV
WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE



DZIUGLAK

34. Najgroźniejszy matematyk Kwadratolandii – Czarny Septylion obmyślił nowe działanie, które ma postać:

$$\left(1 + \frac{1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{3}\right)\left(1 + \frac{1}{4}\right)\left(1 + \frac{1}{5}\right) \cdots \left(1 + \frac{1}{2010}\right)\left(1 + \frac{1}{2011}\right)$$

Wynikiem tego działania:

- A. będzie liczba wymierna B. nie będzie liczba całkowita
 C. będzie liczba parzysta D. będzie liczba 606
35. Całka zapisała kilka działań z błędem, a Różniczka zapisała dobre przykłady. Wynika z tego, że:

$$\text{MCM} + 100 = \text{MCMC} \quad \overline{\text{MM}} = 10^6 + 10^3 \quad \overline{\text{L}} - \overline{\text{XL}} = 10^4 \quad \text{MMXII} : 4 = \text{DIII}$$

- A. Różniczka zapisała więcej przykładów
 B. Całka zapisała więcej przykładów
 C. obie zapisały po dwa przykłady
 D. są to przykłady zapisane tylko przez jedną z nich
36. Matcyfrzak zapisał na tablicy liczbę M taką, która jest iloczynem liczb 1234 oraz 12351235. Wymierniak zapisał liczbę W , która również jest iloczynem, ale o czynnikach 1235 oraz 12341234. Zależność, jaką można zaobserwować między tymi liczbami, to:

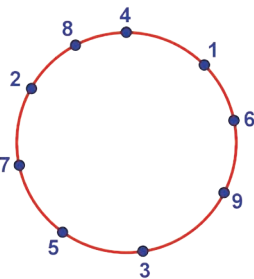
- A. $M \leq W$ B. $M > W$
 C. $M = W$ D. $2M = 3W$

37. Matcyfrzak i Wymierniak potrafią bardzo szybko mnożyć w pamięci niektóre liczby dwucyfrowe np. 24×26 , 53×57 czy 72×78 . Jeśli pomnożymy liczby dwucyfrowe XY i XZ , takie jak przedstawione w przykładach, to wynik możemy otrzymać w następujący sposób:

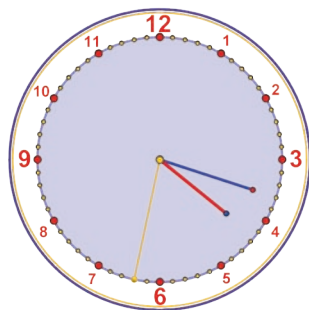
- A. mnożymy X razy X oraz dopisujemy sumę Y i Z
 B. mnożymy X przez liczbę o jeden większą od X i dopisujemy iloczyn Y przez Z

- C. mnożymy X przez liczbę o jeden większą od X i dopisujemy sumę Y i Z
- D. mnożymy pierwszą liczbę XY przez 10 i dodajemy do niej drugą liczbę XZ

38. Na okręgu zaznaczono w dowolnym układzie cyfry od 1 do 9 jak na rysunku. Każde trzy kolejne cyfry odczytywane w kierunku zgodnym z kierunkiem ruchu wskazówek zegara tworzą liczbę trzycyfrową. Wynika z tego, że suma wszystkich liczb jest:



- A. liczbą pierwszą
- B. liczbą podzielną przez 45
- C. równa sumie wszystkich liczb trzycyfrowych, które powstałyby gdyby odczytać je w odwrotnym kierunku
- D. równa 4995
39. Dziuglak podzielił liniami tarczę zegara na różną ilość części, tak aby suma liczb godzin była w każdej części równa. Taki podział mógł się udać, jeśli Dziuglak podzielił tarczę zegara na:



- A. 4 części
- B. 2 części
- C. 3 części
- D. 6 części
40. Czwórka przyjaciół ważyły się parami – każdy z każdym. Martolinka Cyferka spisywała wszystkie wyniki i na koniec odczytała następujące liczby: 135 kg, 147 kg, 139 kg, 152 kg, 144 kg, 156 kg. Wszyscy przyjaciele ważą więc razem:

- A. 291 kg
- B. nieparzystą liczbę kilogramów
- C. 29100 kg
- D. 873 kg

41. Wymierniak dostał od mamy na drugie śniadanie jabłko, a ponieważ był bardzo koleżeński, to chciał podzielić się nim z czwórką swoich przyjaciół. Matcyfrzakowi odciął $\frac{1}{5}$ jabłuszka, Całce odciął $\frac{1}{4}$ pozostałej części, Różniczce $\frac{1}{3}$ reszty, a to co zostało podzielił po połowie między siebie i Dziugłaka. Wynika z tego, że:
- Wymierniak i Dziugłak dostali największe części jabłka
 - każdy z pięciu przyjaciół dostał taką samą część jabłka
 - Matcyfrzak dostała większą część jabłka niż Różniczka
 - nie jest możliwe określenie kto otrzymał największy kawałek jabłka
42. Wyrażenie $(a + b + c) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$, gdzie $a, b, c \in \mathbb{R}_+$ jest:
- większe od 8
 - większe bądź równe 9
 - większe od 7
 - większe od 10
43. Suma liczb $\underbrace{33 \dots 3^2}_n + \underbrace{22 \dots 2}_n$ jest równa:
- $\underbrace{11 \dots 1}_{2n}$
 - $\underbrace{33 \dots 3}_{2n}$
 - $\underbrace{2323 \dots 23}_n$
 - $\underbrace{11 \dots 1}_n$
44. Liczba $\sqrt{16 + 6\sqrt{7}} + \sqrt{16 - 6\sqrt{7}}$ jest liczbą:
- wymierną
 - niewymierną
 - całkowitą
 - doskonałą
45. Wiedząc, że $ab = 1$ oraz $a \in \mathbb{R}_+$ i $b \in \mathbb{R}_+$ można stwierdzić, że wyrażenie $(7+a)(7+b)$ jest:
- większe od 60
 - większe bądź równe 64
 - mniejsze od 60
 - mniejsze od 64
46. Kwadrat różnicy kwadratów odwrotnych liczb przeciwnych to:
- $\left(a^2 - \left(-\frac{1}{a}\right)^2\right)^2$
 - $(a^2 + (-a)^2)^2$
 - $\left(a^2 - \left(\frac{1}{a^2}\right)\right)\left(a^2 - \left(\frac{1}{a^2}\right)\right)$
 - $a^4 - \left(-\frac{1}{a}\right)^4$

DZIAŁ V
RÓWNANIA, NIERÓWNOŚCI
I UKŁADY RÓWNAŃ



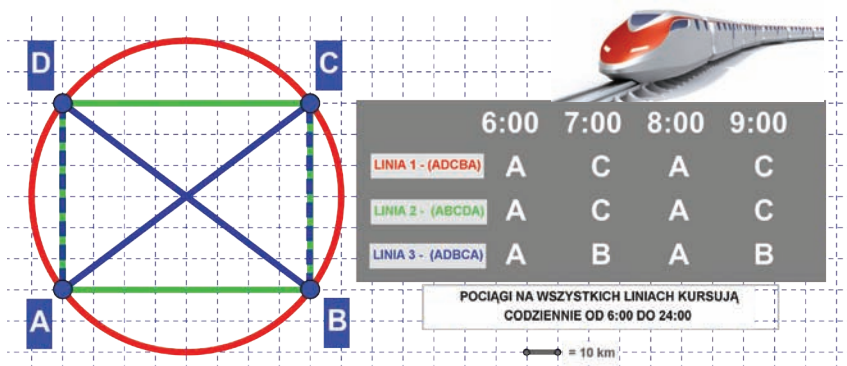
WYMIERNIAK

MATCYFRZAK

47. Zielony samochód ogrodnika Kwadratolusa Łodygi jeździ na ekopaliiwie. Spala go bardzo mało, bo średnio 3 litry na 100 kilometrów. Między Deltoigrodem – stolicą Kwadratolandii a górami w Trójkolandii na mapie w skali 1:500000 można zmierzyć odległość 24 cm. Kwadratolus Łodyga potrzebuje więc na przejazd z Deltoigrodu w góry i z powrotem:



- A. ok. 5 litrów ekopaliiwa B. $3\frac{3}{5}$ litra ekopaliiwa
 C. 36 litrów ekopaliiwa D. mniej niż 4 litry ekopaliiwa
48. W Kwadratolandii kursują na trzech liniach super szybkie pociągi *Power – N*. Linie te przecinają się w głównych stacjach przesiadkowych A, B, C, D. Na podstawie planu przebiegu poszczególnych tras oraz danych fragmentu rozkładu jazdy (patrz rysunek i informacje) można stwierdzić, że:



- A. pociągi na wszystkich liniach mają inne prędkości
 B. średnia prędkość pociągu na linii 1 jest największa
 C. średnia prędkość pociągu na linii 3 jest największa i wynosi 160 km/h
 D. najwolniejszy pociąg przejedzie w ciągu całego dnia ponad 2500 km

49. Matcyfrzak i Wymierniak założyli się, kto pierwszy pokona trasę z Deltoigrodu do Kołogrodu. Matcyfrzak całą trasę pokonał rowerem z tą samą szybkością. Wymierniak połowę trasy pokonał pociągiem, który miał średnią prędkość pięć razy większą niż prędkość, z jaką Matcyfrzak pokonywał trasę rowerem. Drugą połowę trasy Wymierniak pokonywał pieszo z prędkością dwa razy mniejszą niż prędkość Matcyfrzaka. Prawdą jest, że:
- jeden z chłopców pokonał trasę w czasie o 10% dłuższym
 - Wymierniak dotarł do celu szybciej
 - Matcyfrzak dotarł do celu szybciej
 - obaj chłopcy pokonali trasę w tym samym tempie
50. Super szybki pociąg *Power – N* przejeżdża najdłuższy most Kwadratolandii o długości 1000 metrów w 20 sekund, natomiast największy semafor mija w ciągu 10 sekund. Można stwierdzić, że:
- średnia prędkość pociągu wynosi 50 m/s
 - średnia prędkość pociągu wynosi 180 km/h
 - pociąg jedzie z prędkością większą niż 200 km/h
 - długość pociągu wynosi 500 m
51. Różniczka, Matcyfrzak i Dziuglak ważą razem 185 kg. Matcyfrzak, Dziuglak i Wymierniak ważą razem 195 kg, natomiast Wymierniak i Różniczka łącznie 110 kg. Wynika z tego, że:
- cała czwórka waży łącznie 245 kg
 - Różniczka waży 50 kg
 - Wymierniak jest cięższy od Różniczki o 10 kg
 - najlżejsza jest Różniczka
52. Wymierniak zapisał równanie: $a^2 x + 2a = 4x + a^2$. O rozwiązaniach x tego równania można powiedzieć, że:



- A. rozwiązanie x jest zawsze jedno
- B. rozwiązanie x nie istnieje dla $a = -2$
- C. rozwiązaniem x może być nieskończenie wiele liczb pod warunkiem, że $a = 2$
- D. rozwiązaniem x będzie zero, jeśli $a = 0$

53. Różniczka i Matcyfrzak zastanawiają się, dla jakich liczb x i y wyrażenie postaci $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$ jest zawsze prawdziwe. Jeśli chcieliby podać prawidłową odpowiedź, to musieliby napisać, że:

- | | |
|--|--|
| A. $x \in \mathbb{C}$ i $y \in \mathbb{C}$ | B. $x \in W_+$ i $y \in W_+$ |
| C. $x \in \mathbb{N}$ i $y \in \mathbb{N}$ | D. $x \in \mathbb{R}$ i $y \in \mathbb{R}$ |

N - liczby naturalne, R - liczby rzeczywiste, W - liczby wymierne, C - liczby całkowite

54. Czarny Septylion wymyślił kolejne trudne zadanie, by dręczyć nim swoich przeciwników. Zadanie polegało na znalezieniu wszystkich rozwiązań całkowitych równania $2|x| - (-1)^x = 11$. Wynika z tego, że:

- A. rozwiązań równania jest parzysta ilość, ale jest ich nieskończenie wiele
- B. rozwiązania są dokładnie cztery
- C. jednym z tych rozwiązań jest 5
- D. rozwiązań jest nieskończenie wiele



55. Czarny Septylion zadał Matcyfrzakowi do rozwiązania następujące równanie $2012 - (2011 - (2010 - \dots - (1 - x) \dots)) = 1012$. Wynika z tego, że:

- A. rozwiązanie jest najmniejszą liczbą doskonałą
- B. brakuje części równania, więc nie można go rozwiązać
- C. $x = -1013$
- D. $x = 6$

56. W sklepie pana Jana Warzywniaka można kupić dorodne arbuzy.

Różniczka kupiła takiego, którego waga jest o $\frac{2}{3}$ kilograma większa od $\frac{2}{3}$ tego arbuza. Wynika z tego, że arbuź Zakrzewka waży:

- A. $1\frac{2}{3}$ kg
- B. 2 kg
- C. $1\frac{1}{3}$ kg
- D. więcej niż 1 kg



57. Na ratuszowej wieży w Deltoigrodzie zegar wybija pełne godziny zgodnie ze wskazaniem godziny oraz pojedynczym biciem informuje mieszkańców o pełnych kwadransach. Prawdziwe są więc zdania:

- A. w ciągu doby zegar bije 252 razy
- B. w ciągu doby zegar bije 228 razy
- C. uderzeń o pełnych godzinach jest dwa razy więcej niż pozostałych
- D. między 14^{50} a 20^{05} zegar bije więcej razy niż między 1^{48} a 7^{43}

58. Czarny Septylion znów chciał uwięzić rycerza Analphabetusa w lochach zamku. Żeby się uratować, rycerz musi spośród podanych liczb: 3^2 ; $\frac{8}{4}$; 5; 2; 3; -2; -3 wybrać wszystkie te, które są wynikami równań:

$$3x - 4 = 5x + 2$$

$$3(z + 2^2) = 9(3^0 + \frac{1}{2}z)$$

$$-2y - 6 = 3 - 3y$$

Rycerz powinien więc wskazać:

- A. cztery liczby
- B. liczbę 3
- C. trzy liczby
- D. więcej liczb, które są wynikami niż tych, które wynikami nie są



DZIAŁ VI

FUNKCJE



DZIUGLAK

RÓŻNICZKA

MATCYFRZAK

WYMIERNIAK

59. Przyjaciele Matcyfrzak i Wymierniak prześcigają się w zapisywaniu funkcji liniowych, które są najlepsze w poszczególnych kategoriach (patrz tabelka). Za każdą zwycięską funkcję uzyskuje się 2 punkty, jeśli jest remis - 1 punkt, a przy przegranej - 0 punktów.

KATEGORIA	MATCYFRZAK	WYMIERNIAK
Największe miejsce zerowe	$y = 6x + 80$	$y = -3x - 40$
Najszybciej rosnąca funkcja	$y = 77x + 2$	$y = 73x + 105$
Najmniejsza wartość dla argumentu 100	$y = -4x + 8$	$y = -5x + 104$
Największy argument dla wartości funkcji równej 7	$y = 15x + 67$	$y = 12x + 55$

Wynika z tego, że w tej rywalizacji:

- A. wygrał Matcyfrzak B. wygrał Wymierniak
 C. padł remis D. wynik to 4 : 4
60. Matcyfrzak zapisał funkcję $m(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4) + 5$, a Wymierniak funkcję $w(x) = (x - 5)(x - 6)(x - 7)(x - 8) + 5$. Można stwierdzić, że:

- A. obie funkcje są cały czas dodatnie
 B. jedna z funkcji ma przedziały ujemne
 C. najmniejsza wartość obu funkcji jest taka sama
 D. obie funkcje mają oś symetrii

61. Dana jest funkcja liniowa $f(x) = (a+b)x + (c+d)$ oraz $g(x) = (c+d)x - (a+b)$, gdzie $a+b > 0$ i $c+d < 0$. Obie funkcje jednocześnie:

- A. przechodzą przez ćwiartkę IV
 B. nie przechodzą przez ćwiartkę III
 C. przechodzą przez ćwiartkę III
 D. przecinają oś OY dla wartości ujemnych



62. W tabeli przedstawiono różnych 11 przyporządkowań przedstawionych za pomocą grafów, tabel, wzorów, wykresów i słownie. Wśród tych przyporządkowań jest:

- A. 11 funkcji
- B. 5 funkcji
- C. 7 funkcji
- D. co najmniej 6 funkcji

GRAF																							
TABELA	<table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>y</td><td>0</td><td>2</td><td>4</td><td>7</td><td>9</td></tr> </table> <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td>x</td><td>1</td><td>5</td><td>3</td><td>1</td></tr> <tr><td>y</td><td>9</td><td>4</td><td>3</td><td>6</td></tr> </table>	x	1	2	3	4	5	y	0	2	4	7	9	x	1	5	3	1	y	9	4	3	6
x	1	2	3	4	5																		
y	0	2	4	7	9																		
x	1	5	3	1																			
y	9	4	3	6																			
WZÓR	$y = 2x - 1$ $y = x^2$ $x = y^2$																						
SŁOWNIE	KĄŻDE PAŃSTWO MA JEDNĄ STOLICĘ.																						
WYKRES																							



DZIAŁ VII

**STATYSTYKA OPISOWA
I WPROWADZENIE DO
RACHUNKU
PRAWDOPODOBIENSTWA**



WYMIERNIAK

63. Wszyscy przyjaciele przywitali się radośnie po wakacjach witając się każdy z każdym i zamieniając choćby parę słów, żeby dowiedzieć się co słyhać u każdego z nich. Wszystkich powitań było 21, więc liczba przyjaciół była:

- A. większa niż 5 B. równa 6
C. równa 7 D. liczbą pierwszą

64. Na ile sposobów w układzie współrzędnych można dojść z punktu $(0;0)$ do punktu $(3;4)$ poruszając się krokami długości równej jednej jednostce w kierunkach wskazanych przez osie układu współrzędnych? Ilość wszystkich takich sposobów to liczba:

- A. podzielna przez 7 B. 35
C. 17 D. pierwsza

65. Magiczna walizka Kwadratolusa Łodygi jest niesamowita. W jej wnętrzu kryje się 7 innych walizek o numerach od 1 do 7. W każdej z tych walizek znajduje się kolejne 7 mniejszych walizek z takimi samymi numerami. Kwadratolus raz do roku otwiera magiczną walizkę, losuje mniejszą i zapisuje jej numer, który będzie cyfrą dziesiątek liczby. Potem otwiera wylosowaną walizkę, żeby znowu wylosować kolejną i również zapisuje jej numer, który będzie cyfrą jedności. Jeżeli zapisana przez Kwadratolusa liczba zawiera chociaż jedną 7 – kę, to jego majątek powiększy się w najbliższym roku 7 razy, a jeżeli wylosuje liczbę z cyfrą 1, to straci połowę majątku. Gdy wylosuje liczbę, w której są obie te cyfry albo nie ma żadnej z nich, jego majątek pozostanie na tym samym poziomie. Wynika z tego, że:



- A. jest tyle samo szans na powiększenie jak i na zmniejszenie majątku
B. jest większa szansa, że wartość majątku się nie zmieni
C. szansa na powiększenie majątku jest większa niż 1 do 5
D. jest 11 liczb, które są zyskowne dla Kwadratolusa

DZIAŁ VIII
FIGURY PŁASKIE



DZIUGLAK

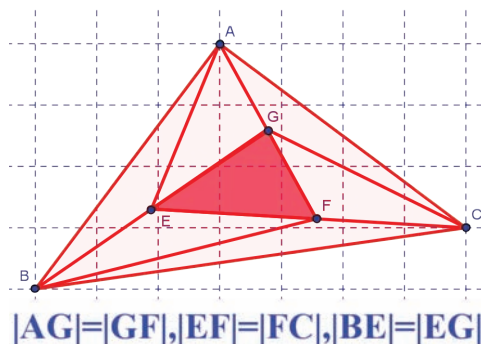
66. Dziuglak obrysował gwiazdkę śniegową sześciokątem foremnym. Ma on:

- A. 6 przekątnych
- B. sumę kątów wewnętrznych równą 540°
- C. kąty wewnętrzne o miarach po 120°
- D. 2 rodzaje przekątnych

67. Główne wiadomości informacyjne telewizji *TV MAT* zaczynają się o 19^{20} . O tej godzinie kąt wypukły między wskazówkami minutową i godzinową jest:

- A. większy od kąta prostego
- B. równy 100°
- C. wielokrotnością 12
- D. liczbą, która jest *NWW* (20;50)

68. Pole trójkąta *EFG* wynosi x . Posługując się danymi z rysunku można powiedzieć, że:



- A. pole trójkąta *ABC* jest 6 razy większe od pola trójkąta *EFG*
- B. pole trójkąta *ABC* jest 7 razy większe od pola trójkąta *EFG*
- C. stosunek pól trójkąta *EFG* do trójkąta *ABC* wynosi $\frac{1}{7}$
- D. różnica pól trójkąta *ABC* i trójkąta *EFG* wynosi $6x$

69. Różniczka uwielbia zapisywać trójki pitagorejskie. Takich trójek jest:

- A. nieskończenie wiele
- B. cztery z liczbami mniejszymi od 20
- C. więcej niż 10^{12}
- D. dwie z liczbami mniejszymi bądź równymi 10

70. Matcyfrzak uwielbia symetrie. Wśród liczb rzymskich od 1 do 50 znalazł liczby, które miały zarówno oś symetrii jak i środek symetrii. Wszystkich takich liczb mógł znaleźć:

- A. aż 5
- B. aż 3
- C. co najwyżej 6
- D. nawet 7



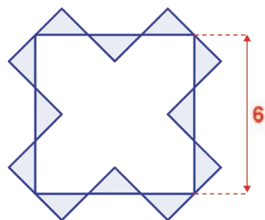
71. Azymut to kąt wyznaczony między północą a danym kierunkiem poziomym. Wartość azymutu odmierza się kompasem lub busolą zgodnie z ruchem wskazówek zegara i najczęściej podaje się ją w stopniach. Mieszkańcy dwóch miast – Deltoigrodu i Kołogrodu (które leżą na jednej szerokości geograficznej w odległości 40 km od siebie) – często udają się do magicznego źródła mocy położonego w górach. Azymut kierunku, w jakim trzeba iść, by dojść do źródła mierzony w Deltoigrodzie wynosi 60° , a azymut z tym samym celem mierzony w Kołogrodzie wynosi 330° . Do źródła można dojść z obu tych miast i są to jedyne dwie możliwe drogi, a pomiędzy tymi miastami też jest tylko jedna droga. Wynika z tego, że:



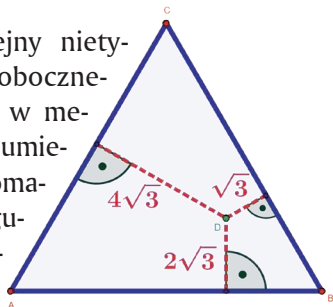
- A. magiczne źródło mocy leży bliżej Deltoigrodu
- B. magiczne źródło mocy leży bliżej Kołogrodu
- C. magiczne źródło mocy leży w tej samej odległości od obu miast
- D. mieszkańcy Kołogrodu mają do źródła ponad 14 km bliżej niż mieszkańcy Deltoigrodu

72. Całka do kwadratu o boku długości 6 dorysowała dwanaście takich samych trójkątów równoramiennych prostokątnych (patrz rysunek). Wynika z tego, że:

- A. łączne pole trójkątów wynosi $12 j^2$
- B. pole jednego trójkąta wynosi $2 j^2$
- C. obwód wszystkich trójkątów jest liczbą większą od 36
- D. łączne pole trójkątów wynosi $16 j^2$

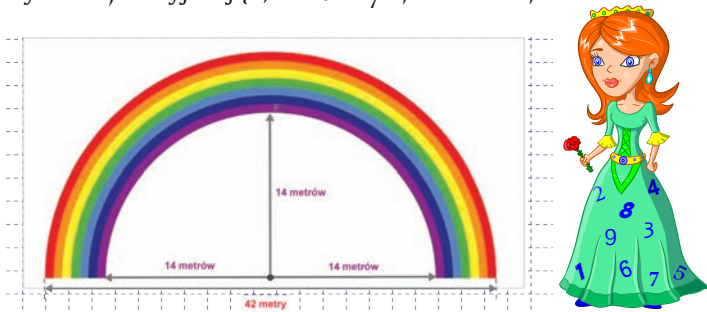


73. Kwadratulus Łodyga zaprojektował kolejny nietypowy ogród w kształcie trójkąta równobocznego (patrz rysunek – jednostki wyrażone w metrach). W specjalnie wyliczonym miejscu umieścił kamień (punkt D na rysunku), który pomaga wspaniale rozwijać się roślinom. Posługując się informacjami z rysunku można powiedzieć, że:



- A. pole powierzchni ogrodu wynosi blisko $85 m^2$
- B. ogrodzenie ogrodu musi mieć ponad 40 metrów
- C. jest zbyt mało danych, by określić wartość powierzchni trójkąta
- D. długość obwodu ogrodu jest liczbą podzielną przez 7

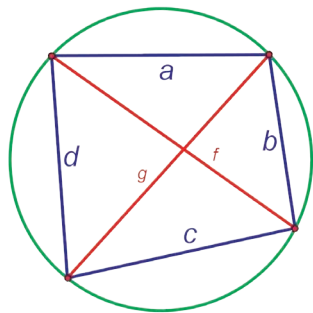
74. Tęcza, która pojawia się nad zamkiem Martolinki Cyferki, zawsze ma takie same wymiary i składa się z 7 kolorów – każdy o tej samej grubości (zobacz rysunek). Przyjmując, że $\pi = \frac{22}{7}$, wiadomo, że:



- A. powierzchnia tarczy wynosi 385 m^2
- B. powierzchnia tarczy wynosi 770 m^2
- C. stosunek pola powierzchni koloru zewnętrznego (kolor czerwony) do pola powierzchni koloru najbardziej wewnątrz (kolor fioletowy) wynosi $\frac{41}{29}$
- D. powierzchnia koloru fioletowego wynosi mniej niż 1 ar

75. Dziuglak wpisał w okrąg czworokąt o bokach a, b, c, d i przekątnych f i g (patrz rysunek). Prawdziwe równanie to:

- A. $a^2 + b^2 = f^2$
- B. $a + c = b + d$
- C. $ac + bd = fg$
- D. $ab = \frac{1}{2} g \cdot f$, jeśli $a = b = c = d$

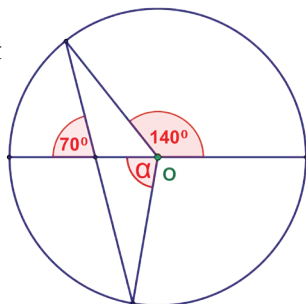


76. Przekątne sześciokąta foremnego mogą przecinać się pod kątem:

- A. 60°
- B. 120°
- C. 90°
- D. 45°

77. Środek okręgu przedstawionego na rysunku oznaczono w punkcie O. Wynika z tego, że kąt α jest:

- A. wierzchołkowy z kątem o wartości 140°
- B. przyległy do jednego z kątów
- C. równy 70°
- D. równy 80°

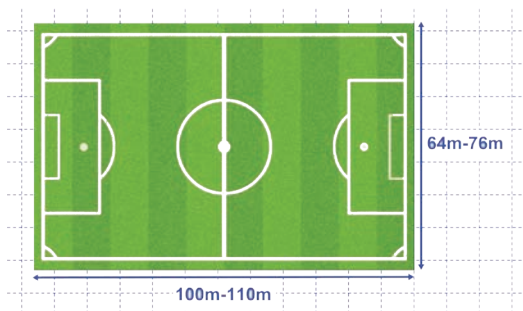


78. W dowolnym n - kącie foremnym, gdzie suma kątów wynosi s , a liczba przekątnych d , można stwierdzić, że:

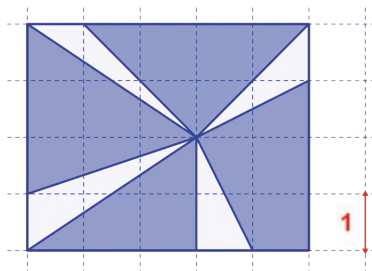
- A. $d = \frac{n(n-3)}{2}$

- B. $s = (n - 1) \cdot 180^\circ$
- C. wyrażenie $n^2 - 3n - 10$ pozwoli na wyliczenie ilości boków wielokąta o 5 przekątnych
- D. $s \cdot \left(\frac{s}{\pi} - 3\right) = 2d$

79. Profesjonalne boisko piłkarskie może mieć różne wymiary, ale ograniczone pewnymi wartościami (patrz rysunek). Wynika z tego, że:



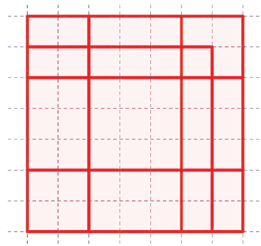
- A. największe pole boiska jest o 1,96 ara większe od najmniejszego z możliwych
- B. największy obwód boiska jest wielokrotnością liczby pierwszej
- C. najmniejszy obwód boiska jest o ponad 40 m mniejszy od największego
- D. średnie wymiary długości i szerokości boiska wynoszą 105 m i 70 m
80. Martolinka Cyferka powycinała z niebieskiego prostokąta przedstawionego na rysunku trójkąty. Można powiedzieć, że:



- A. wartość pola figury, która pozostała, jest liczbą naturalną
- B. Martolinka wycięła piątą część prostokąta
- C. została wycięta mniej niż $\frac{1}{4}$ prostokąta
- D. pole figury pozostałej po wycięciu jest ponad 3 razy większe od pola figury wyciętej

81. Kwadratów na rysunku można zauważyć aż:

- A. 6
- B. 10
- C. więcej niż 10
- D. parzystą ilość



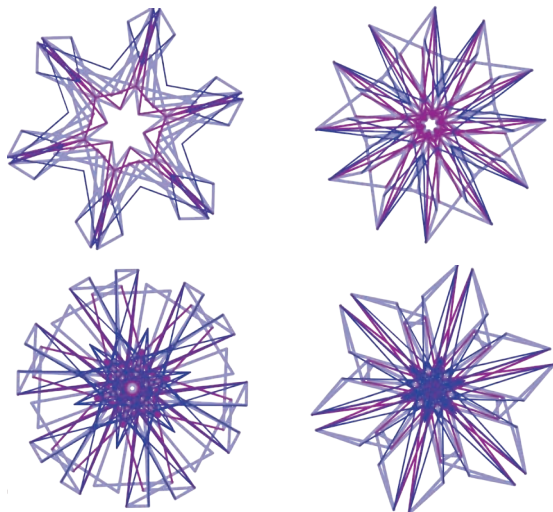
82. W dowolnym trójkącie punkt przecięcia się:

- A. środkowych nazywamy barycentrum
- B. wysokości nazywamy ortocentrum
- C. wysokości nazywamy środkiem ciężkości
- D. środkowych nazywamy środkiem ciężkości

83. W trapezie $KLMN$ o polu 25 cm^2 przekątne przecięły się w punkcie S , gdzie $KL \parallel MN$. Wiedząc, że $|KL| = 4 |MN|$ można stwierdzić, że:

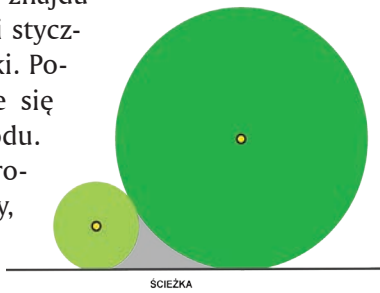
- A. pole trójkąta SMN równe jest 4 cm^2
- B. pole trójkąta KLS równe jest 16 cm^2
- C. pola trójkątów KSN i SLM są równe
- D. pola trójkąta KSN nie można obliczyć

84. Artysta narysował cztery piękne gwiazdki. Przy rysowaniu zawsze kieruje się zasadą, że jego rysunki powinny mieć oś symetrii albo środek symetrii, a czasami jedno i drugie. Obserwując rysunek można powiedzieć, że:



- A. wszystkie gwiazdki mają oś symetrii
- B. wszystkie gwiazdki mają środek symetrii
- C. wszystkie gwiazdki mają sześć osi symetrii
- D. dwie gwiazdki mają po 12 osi symetrii

85. W posiadłości Kwadratolusa Łodygi znajdują się dwa okrągłe kłomby z kwiatami styczące do siebie nawzajem oraz do ścieżki. Po między kłombami a ścieżką znajduje się niezagospodarowany fragment ogrodu. Wiedząc, że mniejszy kłomb ma promień równy 1 metr, a drugi 3 metry, powierzchnia niezagospodarowanego fragmentu ma wartość:



- A. mniejszą niż 2 m^2
- B. równą $(4\sqrt{3} - \frac{11}{6}\pi) \text{ m}^2$
- C. mniejszą niż 1 m^2 , ale dokładnie nie można obliczyć
- D. równą $(2\sqrt{3} + \frac{8}{3}\pi) \text{ m}^2$

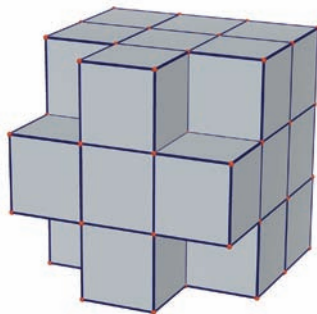
DZIAŁ IX

BRYŁY



MATCYFRZAK

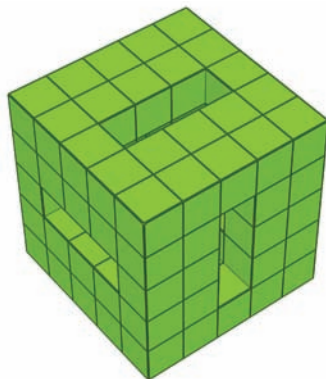
86. Z sześcianu o objętości 729 cm^3 wycięto 4 mniejsze sześciany (patrz rysunek). O nowej bryle można powiedzieć, że:



- A. P_c wynosi 486 cm^2
- B. V wynosi 484 cm^3
- C. V wynosi 621 cm^3
- D. P_c wynosi 378 cm^2

P_c - pole powierzchni całkowitej bryły, V - objętość bryły

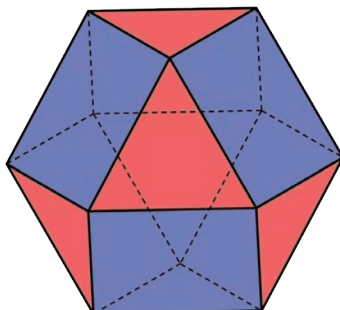
87. Na rynku w Deltoigrodzie stoi pomnik w kształcie dużej sześcienniej kostki zbudowanej z mniejszych sześcianów, w której wydrążono na wylot tunele prostopadłe do ścian (jak na rys.) Do zbudowania pomnika zużyto:



- A. 65 sześcianów
- B. 88 sześcianów
- C. 37 sześcianów
- D. 113 sześcianów

88. Matcyfrzak skleił sześćo-ośmiościan o krawędzi długości a (patrz rysunek). O tej bryle można powiedzieć, że:

- A. objętość $V = \frac{5}{3}\sqrt{2} a^3$
- B. pole całkowite $P_c = (6 + 2\sqrt{3}) a^2$
- C. ma 24 krawędzie
- D. największy przekrój jest sześciokątem o polu $2\sqrt{3} a^2$



89. Każdy dowolny sześcian ma:

- A. co najmniej 4 różne siatki
- B. co najmniej 11 różnych siatek
- C. liczbę różnych siatek będącą liczbą pierwszą
- D. nie więcej niż 5 różnych siatek

90. Przekątną d prostopadłościanu o krawędziach a , b , c można wyrazić wzorem:

- A. $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$
- B. $d = \sqrt{abc}$
- C. $d = \sqrt{ab + bc + ac}$
- D. $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

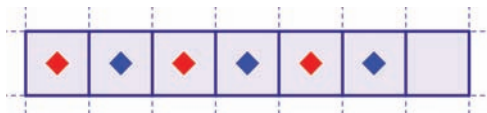


DZIAŁ X
ŁAMIGŁÓWKI LOGICZNE



RÓŻNICZKA

91. Na siedmiopolewej planszy ustawione są 3 pionki niebieskie i 3 czerwone na przemian oraz jedno wolne pole. Matcyfrzak chce pojedynczymi przestawieniami pionków ustawić je tak, aby obok siebie stały wszystkie czerwone pionki oraz obok siebie wszystkie niebieskie pionki. Aby ustawić pionki w ten sposób, Matcyfrzak musi wykonać:



- A. co najmniej 3 ruchy B. co najwyżej 5 ruchów
 C. dokładnie 3 ruchy D. mniej niż 5 ruchów
92. „Przedwczoraj w środę powiedziałam, że za 3 dni będę mogła powiedzieć: Już pojutrze zaczną się wakacje” - powiedziała Całka do Wygniarniaka. Wakacje zaczną się więc w :

- A. środę B. czwartek
 C. piątek D. poniedziałek
93. Kwadratolus Łodyga – królewski ogrodnik i świetny matematyk chce zasadzić 10 drzew. Może to zrobić sadząc te drzewa:

- A. w 5 rzędach po 2 drzewa w każdym
 B. w 3 rzędach po 3 drzewa w każdym
 C. w 5 rzędach po 3 drzewa w każdym
 D. w 5 rzędach po 4 drzewa w każdym

94. Kwadratolus Łodyga – królewski ogrodnik i świetny matematyk chce zasadzić 8 drzew. Może to zrobić sadząc te drzewa:

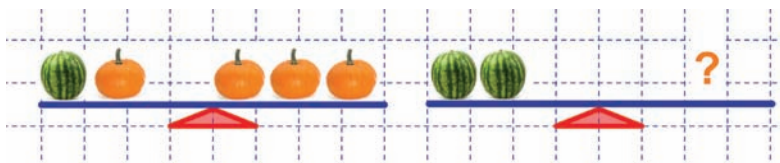
- A. w 4 rzędach po 2 drzewa w każdym
 B. w 2 rzędach po 4 drzewa w każdym
 C. w 4 rzędach po 3 drzewa w każdym
 D. w 3 rzędach po 4 drzewa w każdym

95. Matcyfrzak, Dziuglak, Wymierniak i Różniczka trenują zawodowo jazdę na deskorolce. Każdy z nich ma indywidualny trening w inny dzień tygodnia (od poniedziałku do czwartku) z mistrzem Kwadratolandii – Skejciakiem Pionierem. Pierwsza z osób trenuje 1 rok, druga 2 lata, trzecia 3 lata, a czwarta aż 4 lata. Matcyfrzak ma trening we wtorek i nie trenuje ani najkrócej ani najdłużej z wszystkich osób. Dziuglak trenuje nieparzystą liczbę lat. Różniczka trenuje dzień przed Wymiernikiem i dłużej niż Matcyfrzak. W czwartki trenuje osoba z najkrótszym stażem. Prawdziwe informacje to:

- A. najdłużej trenuje Różniczka
- B. trzy dni po kolei trenują chłopcy
- C. Matcyfrzak trenuje dłużej niż Dziuglak
- D. Wymierniak trenuje ostatni w tygodniu



96. Właściciel sklepu Jan Warzywniak ustawiał na wadze arbuzy i dynie zawsze w ten sposób, aby waga była w równowadze. Spójrz na jedną wagę, potem na drugą. Czy już wiesz co może kryć się pod znakiem zapytania?



- A. 3 arbuzy
- B. 1 arbuz i 2 dynie
- C. 4 dynie
- D. 3 dynie i 1 arbuz

97. Dookoła najstarszego dębu Kwadratolandii ułożono magiczny krąg złożony z 9 kamieni, które ponumerowane są od 1 do 9. O północy pierwszy kamień znika. Po godzinie znika kamień czwarty, po kolejnej – siódmy itd., znika co trzeci kamień w kolejnych godzinach, omijając dwa kamienie. Można stwierdzić, że:



- A. o 8^{00} znikną wszystkie kamienie
- B. dwa kamienie zawsze są widoczne
- C. jeden kamień nigdy nie zniknie
- D. o trzeciej nad ranem znika drugi kamień
98. Przyjaciele Dziuglak, Całka i Matcyfrzak uprawiają różne sporty zimowe. Obowiązkowo muszą mieć sprzęt sportowy w swoich ulubionych kolorach – każdy w innym kolorze. Matcyfrzak od zawsze lubi kolor zielony, ale nie przepada za sankami, które są niebieskie. Całka nie umie jeździć na nartach, a Dziuglak uwielbia łyżwy, czyli:
- A. niebieskie sanki są własnością Całki
- B. Dziuglak ma zielone łyżwy
- C. Matcyfrzak jeździ na zielonych nartach
- D. narty są czerwone
99. Różniczka, Całka i Wymierniak uwielbiają sportowy tryb życia. Jeżdżą więc do szkoły rowerem, na rolkach czy hulajnodze. Jednak każdy ma ulubiony tylko jeden środek lokomocji, każdy inny i w innym kolorze niż pozostali. Różniczka najbardziej lubi jazdę rowerem. Wymierniak lubi sprzęt koloru niebieskiego. Gdy dodamy jeszcze, że rolki są zielone, to można powiedzieć, że:
- A. Różniczka lubi hulajnogę
- B. rolki lubi Całka
- C. hulajnoga Wymierniaka jest niebieska
- D. rower Różniczki jest koloru czerwonego
100. W ciągu każdej z 7 kolejnych godzin każda z 7 głów Smoka Paraboluśa uśmiecha się 7 razy. Wynika z tego, że:
- A. w tym czasie wszystkich uśmiechów było więcej niż 300
- B. w ciągu godziny smok uśmiechnął się 49 razy



- C. w ciągu 7 godzin smok uśmiechnął się 7 razy
- D. w tym czasie wszystkich uśmiechów było mniej niż 400

101. Na 16 - sto polowej kwadratowej planszy należy rozstawić pionki w taki sposób, aby na każdym polu znajdował się jeden pionek, a liczba pionków w wierszu lub kolumnie jest wyznaczona przez cyfrę znajdującą się obok wiersza lub nad kolumną. Wynika z tego, że:

- A. $? > 2$
- B. $? \leq 3$
- C. $? = 3$
- D. $? = 4$

	1	2	?	1
2				
1				
3				
1				

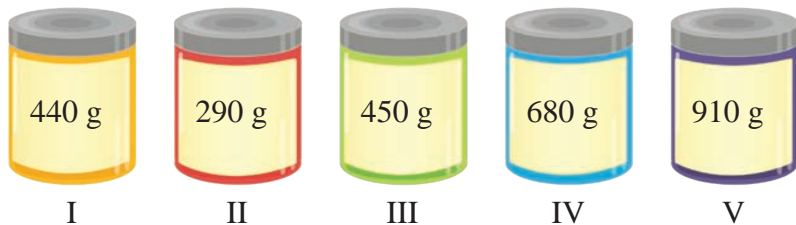
102. W niedzielę w prognozie pogody zapowiedziano, że począwszy od poniedziałku przez cały tydzień temperatura w dzień będzie rosła o 5°C w stosunku do poprzedniej nocy. Kolejne noce będą cieplejsze od siebie nawzajem o 1°C i zawsze zimniejsze od poprzedniego dnia o 4°C . W czwartek po niedzielnej prognozie pogody w dzień zanotowano 27°C . Wynika z tego, że:

- A. w nocy z poniedziałku na wtorek średnia temperatura wyniosła 19°C
- B. w sobotę było o 5°C cieplej niż w poniedziałek
- C. w nocy z piątku na sobotę zanotowano taką samą średnią temperaturę jak w poniedziałek w dzień
- D. noc z soboty na niedzielę była cieplejsza od dnia we wtorek

103. W sklepie pani Zofii Słodyczalskiej niektóre słodycze mają ogromne rozmiary. Można je kupować, ale pod pewnymi warunkami. Płacić można tylko nieparzystą liczbą monet, a ich wartość musi być taka, by Pani Słodyczalska nie musiała wydawać reszty. Największa czekolada w sklepie kosztuje 7 zł. Na ile sposobów można za nią zapłacić, jeśli dostępne w Kwadratolandii monety mają nominały 1 zł, 2 zł i 5 zł?

- A. będą co najwyżej 3 możliwości
- B. będzie 5 możliwości
- C. będą 3 możliwości
- D. mogą być 4 możliwości

104. Martolinka Cyferka robi ciasto na urodziny Wymierniaka. Musi jeszcze dodać cukier. Przed nią stoi pięć pojemników – z cukrem, solą i mąką. Jeżeli wiemy, że mąki jest dwa razy więcej niż cukru i żaden z produktów nie jest wsypany do trzech pojemników, to Martolinka znajdzie cukier w pojemniku:



- A. IV
- B. III i V
- C. I i II
- D. II



Wydawca:
Firma Edukacyjno-Wydawnicza ELITMAT
www.matematykainnegowymiaru.pl
e-mail: matematykainnegowymiaru@elitmat.pl
tel. 51-81118-51

**EGZEMPLARZ
BEZPŁATNY**



MATEMATYKA INNEGO WYMIARU

WWW.MATEMATYKAINNEGOWYMIARU.PL



KAPITAŁ LUDZKI
CZŁOWIEK – NAJLEPSZA INWESTYCJA!



ELITMAT
FIRMA EDUKACYJNO-WYDAWNICZA

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Publikacja współfinansowana ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego